

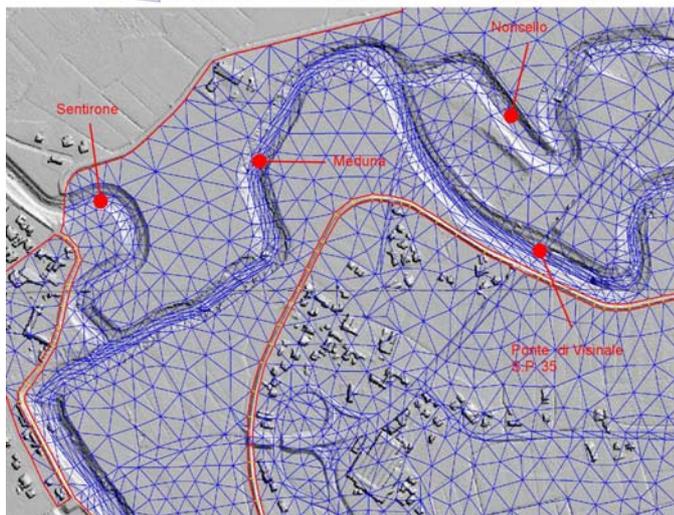
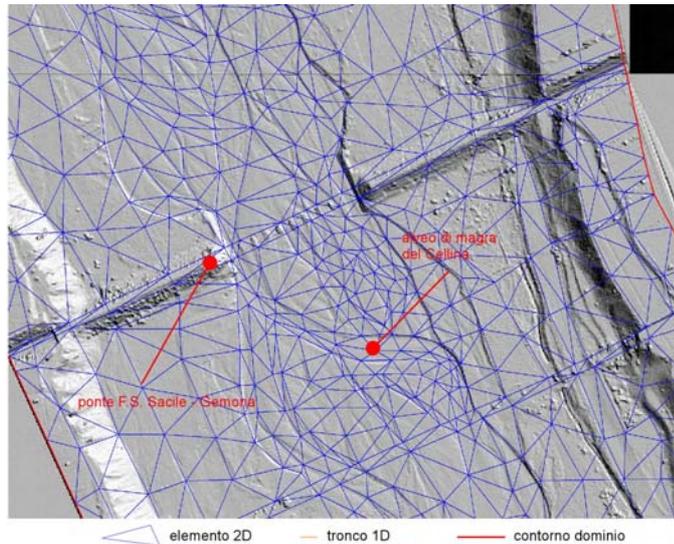
Modello bidimensionale per la simulazione della propagazione delle piene negli alvei fluviali e dei fenomeni di esondazione

Il modello matematico bidimensionale

Per svolgere gli studi sulla propagazione delle piene nei corsi d'acqua e i fenomeni di esondazione la Ipros dispone di un proprio strumento di calcolo costantemente aggiornato dallo staff tecnico della società. Il software di simulazione incorpora in un'interfaccia grafica interattiva il modello matematico bidimensionale messo a punto dal Prof. L. D'Alpaos dell'Università di Padova negli anni '90, periodo in cui egli era il responsabile della società, in stretta collaborazione per gli aspetti scientifici con il Prof. A. Defina.

Il modello, già impiegato in numerosi casi pratici, costituisce un ormai ampiamente collaudato strumento di indagine a supporto delle indagini e degli studi, a carattere ingegneristico, del regime idrodinamico dei corsi d'acqua. Nel seguito è riportata una lista delle principali applicazioni recenti svolte dalla Ipros con il modello matematico.

Il modello è basato su di uno schema numerico che risolve le equazioni differenziali che governano il moto bidimensionale di una corrente a superficie libera su bassi fondali, formulate in modo da poter essere applicate anche ad aree parzialmente asciutte, o che possono essere allagate o prosciugate durante l'evoluzione del fenomeno indagato.



Esso prevede due differenti solutori delle equazioni differenziali. Un solutore agli elementi finiti, caratterizzato da una maggiore accuratezza nella descrizione dei fenomeni propagatori in condizioni di corrente lenta o di corrente localmente rapida caratterizzata però da valori del numero di Froude di poco superiori all'unità, ed un solutore ai volumi finiti più adatto alla descrizione di correnti caratterizzate da elevati numeri di Froude o di fenomeni rapidamente variabili nel tempo. In generale, la scelta del solutore più appropriato è effettuata sulla base delle caratteristiche del campo di moto delle situazioni che devono essere esaminate. Il modello idrodinamico considera, inoltre, gli effetti legati alle variazioni nel tempo delle quote del fondo. In pratica, ad ogni passo di calcolo, lo schema risolve dapprima l'idrodinamica, assumendo invariante la geometria del fondo, e poi il trasporto dei sedimenti

mediante uno schema che descrive i fenomeni di erosione e di deposito ed il bilancio dei sedimenti sia al fondo e in sospensione, considerando come invarianti le grandezze idrodinamiche. Infatti, nella maggior parte dei problemi di evoluzione morfologica, i tempi caratteristici che descrivono le variazioni dell'idrodinamica e quella dei fondali, sono molto diversi tra loro. Ciò consente di trattare i due fenomeni, dal punto di vista della modellazione matematica, in modo disaccoppiato.

Il modulo idrodinamico

Per quanto riguarda gli aspetti idrodinamici, le equazioni che governano il moto sono formulate in modo da poter essere applicate anche ad aree parzialmente asciutte o che possono essere allagate o prosciugate durante l'evoluzione del fenomeno:

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{d(q_x/Y)}{dt} + \frac{q_x |\mathbf{q}|}{K_s^2 \cdot H^{10/3}} - \frac{\tau_{wx}}{\gamma Y} - \text{Re}_x = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial y} + \frac{1}{g} \frac{d(q_y/Y)}{dt} + \frac{q_y |\mathbf{q}|}{K_s^2 \cdot H^{10/3}} - \frac{\tau_{wy}}{\gamma Y} - \text{Re}_y = 0 \quad (2)$$

$$\eta(h) \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \mathbf{q} = 0 \quad (3)$$

Nelle (1), (2), (3), h indica la quota idrometrica, x , y sono le ascisse spaziali orizzontali correnti, g è l'accelerazione di gravità, K_s è il coefficiente di scabrezza secondo Strickler, t è il tempo, \mathbf{q} è la velocità integrata sulla verticale con componenti q_x e q_y , τ_{wx} e τ_{wy} sono i termini che descrivono l'effetto sulla circolazione delle eventuali azioni del vento e/o del moto ondosso, Re_x e Re_y sono gli sforzi adimensionali di Reynolds nel piano orizzontale, calcolati mediante le seguenti relazioni:

$$\text{Re}_x = \frac{v_T}{g} \left(\frac{\partial^2 (q_x/Y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (q_x/Y)}{\partial y^2} \right) \quad \text{Re}_y = \frac{v_T}{g} \left(\frac{\partial^2 (q_y/Y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (q_y/Y)}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

Il coefficiente di viscosità cinematica turbolenta v_T che compare nelle precedenti relazioni, è determinato utilizzando come schema di chiusura il modello suggerito da Smagorinsky.

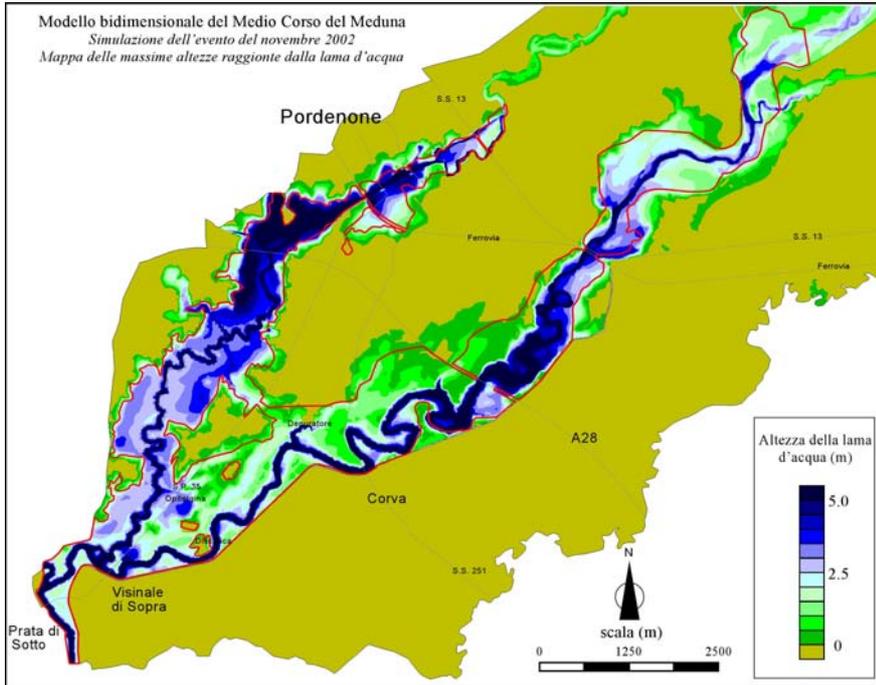
Nelle equazioni (1), (2), (3) compaiono inoltre i termini η , Y e H i quali, nell'istante generico, indicano, rispettivamente, la frazione locale di dominio allagato, il volume d'acqua per unità di superficie ed un'altezza d'acqua equivalente introdotta per descrivere correttamente l'effetto dei termini dissipativi. Tali termini sono dati dalle espressioni seguenti:

$$\eta(h) = \frac{1}{2} [1 - \text{erf}(2Y_a/a_r)] \quad (5)$$

$$Y = \int_{-\infty}^h \eta \cdot dz = a_r \left\{ \eta \frac{Y_a}{a_r} + \frac{1}{4\sqrt{\pi}} e^{-4(Y_a/a_r)^2} \right\} \quad (6)$$

$$H \cong Y + 0.27 \sqrt{Y \cdot a_r} \cdot e^{-2Y/a_r} \quad (7)$$

in cui $erf()$ è la funzione errore, $Y_a = h - h_f$, essendo h_f l'altezza media locale del fondo e a_r indica la ampiezza massima delle ondulazioni locali del terreno.



Simulazione delle propagazione delle piene e dei fenomeni di allagamento

Si osserva, nelle equazioni (1) e (2), che l'accelerazione convettiva è, di fatto, considerata in modo lagrangiano, dato che la variazione nel tempo delle velocità mediate lungo la verticale è rappresentata da una derivata totale.

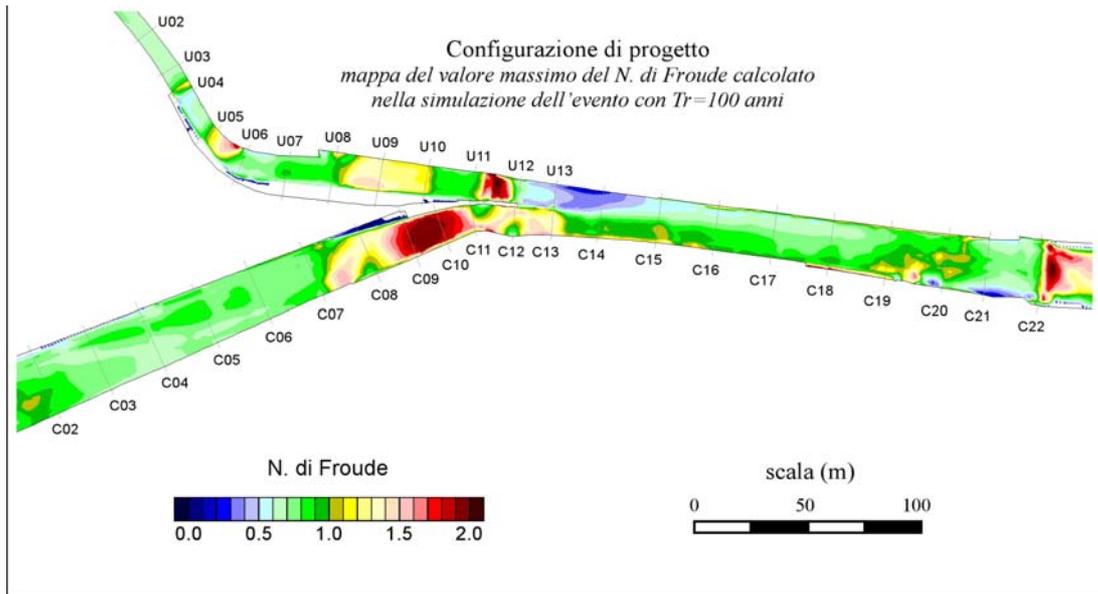
Per la discretizzazione di questo termine si è adottata una tecnica alle differenze finite trascurando, perché piccola, la variazione temporale dell'altezza d'acqua Y . In queste ipotesi, ad esempio, la derivata totale della velocità nella direzione x , è calcolata come segue:

$$\frac{d(q_x/Y)}{dt} \cong \frac{(q_x/Y)' - (q_x/Y)'_0}{\Delta t} \quad (8)$$

essendo le grandezze con apice riferite all'istante di calcolo precedente. Conseguentemente la derivata totale delle velocità, calcolata nel generico punto P del campo di moto, si scrive come differenza tra la velocità $(q_x/Y)'$ calcolata nello stesso punto P e la velocità $(q_x/Y)'_0$ calcolata, invece, nel punto P_0 che si determina per integrazione a ritroso nel tempo lungo la "linea di fumo" passante per P .

Senza entrare nel merito della soluzione numerica adottata, ci si limita a ricordare che il sistema delle equazioni (1), (2), (3), nelle incognite h e \mathbf{q} , è risolto con il metodo degli elementi finiti, adottando una soluzione secondo uno schema alle differenze finite semi-implicito per le derivate temporali. Poiché nella discretizzazione spaziale del campo di moto si sono utilizzati elementi finiti di forma triangolare, la soluzione per i livelli prevede una variazione lineare delle quote idrometriche all'interno di ciascun elemento, mentre le velocità (integrate sulla verticale) sono considerate costanti sull'elemento.

Nel caso in cui il sistema di equazioni (1), (2), (3) sia risolto mediante i volumi finiti, lo stesso sistema viene riscritto in forma conservativa esplicitando nelle tre equazioni i termini di derivata temporale. Tale derivata è descritta mediante differenze finite mentre i flussi di portata e quantità di moto sono risolti mediante il modello HLLC. In questo caso le variabili del problema restano definite al centro di ciascuna cella di calcolo che, come per il caso di soluzione agli elementi finiti è di forma triangolare.



Applicazione del modello bidimensionale ai volumi finiti per lo studio di situazioni in cui si verificano transizioni tra correnti lente e rapide

Trasporto solido sul fondo

L'evoluzione altimetrica del fondo è, come è noto, governata dall'equazione di Exner:

$$(1 - n) \frac{\partial z_b}{\partial t} + \nabla \mathbf{q}_b = D(C) - E \quad (9)$$

in cui n è la porosità dei sedimenti costituenti il fondo, z_b è la quota del fondo, t il tempo, \mathbf{q}_b è la portata solida al fondo, $D(C)$ è il flusso di materiale trasportato in sospensione che si deposita (dipendente dalla concentrazione C del materiale in sospensione stesso), ed E è il flusso di materiale che, eroso dal fondo, è mandato in sospensione.

La (9) può essere agevolmente risolta per fornire l'andamento nel tempo delle quote del fondo, una volta determinati la portata solida al fondo e i flussi di deposito e di erosione.

E' opportuno precisare che in questo tipo di indagine è necessario distinguere i due diversi modi di trasporto (al fondo e in sospensione) soprattutto per il fatto che il trasporto al fondo, per intensità e direzione, è influenzato dalla pendenza locale del fondo stesso, mentre il trasporto in sospensione non risente di questo parametro.

Per questo motivo, nello studio dell'evoluzione morfologica delle quote del fondo, non possono essere utilizzate formule per il trasporto solido totale e le due modalità di trasporto devono essere simulate separatamente.

Ciò premesso, è da evidenziare che, nel caso esaminato, tenuto conto della pendenza degli alvei e delle dimensioni caratteristiche del materiale costituente il fondo, il trasporto in sospensione gioca un ruolo del tutto marginale sui fenomeni indagati e può quindi essere trascurato rispetto al trasporto solido di fondo.

Per tale trasporto, nel modello la portata solida \mathbf{q}_b è calcolata come:

$$\mathbf{q}_b = q_b(\cos\alpha, \sin\alpha) \quad (10)$$

in cui α è la direzione effettiva del trasporto, mentre l'intensità della portata solida q_b può essere scritta come:

$$q_b = q_{b0} \left(1 - \chi c_F \frac{\partial z_b}{\partial s} \right) \quad (11)$$

essendo $c_F = k_s Y^{4/3} / g$ il termine di attrito e χ un opportuno coefficiente che considera l'effetto della pendenza del fondo nella direzione della corrente (nel modello è stato assunto $\chi=0.03$), q_{b0} la portata solida al fondo per il caso di moto unidimensionale uniforme, che nel modello è stimata mediante la ben nota formula di Meyer-Peter e Müller:

$$q_{b0} = 8 \sqrt{g d^3 (s-1) (\mu \theta - \theta_c)^{3/2}} \quad (12)$$

Nelle (11) e (12) d è il diametro medio dei sedimenti, μ è il cosiddetto "ripple factor" che tiene conto degli effetti legati alla presenza di piccole ondulazioni sul fondo, $\theta = u_*^2 / [(s-1)gd]$ è il parametro di Shields, u_* e s sono rispettivamente la velocità d'attrito e la densità relativa dei sedimenti e $\theta_c=0.047$ è il valore critico del parametro di Shields per l'inizio del movimento.

Quanto al valore assunto per il coefficiente di scabrezza ai fini della valutazione della velocità di attrito, esso deve essere distinto da quello che si è introdotto per valutare le resistenze al moto della corrente. Nello specifico per tale coefficiente, da cui dipende la portata solida, si è fatto riferimento alla formula proposta da Strickler nelle sue indagini fornendo:

$$K_s = \frac{21}{d_{50}^{1/6}} \quad (13)$$

La direzione effettiva del trasporto α nel caso di fondali poco pendenti, è espressa come:

$$\alpha = \arctan \left[\frac{\sin(\delta) - \frac{1}{f(\theta)} \frac{\partial z_b}{\partial y}}{\cos(\delta) - \frac{1}{f(\theta)} \frac{\partial z_b}{\partial x}} \right] \quad (14)$$

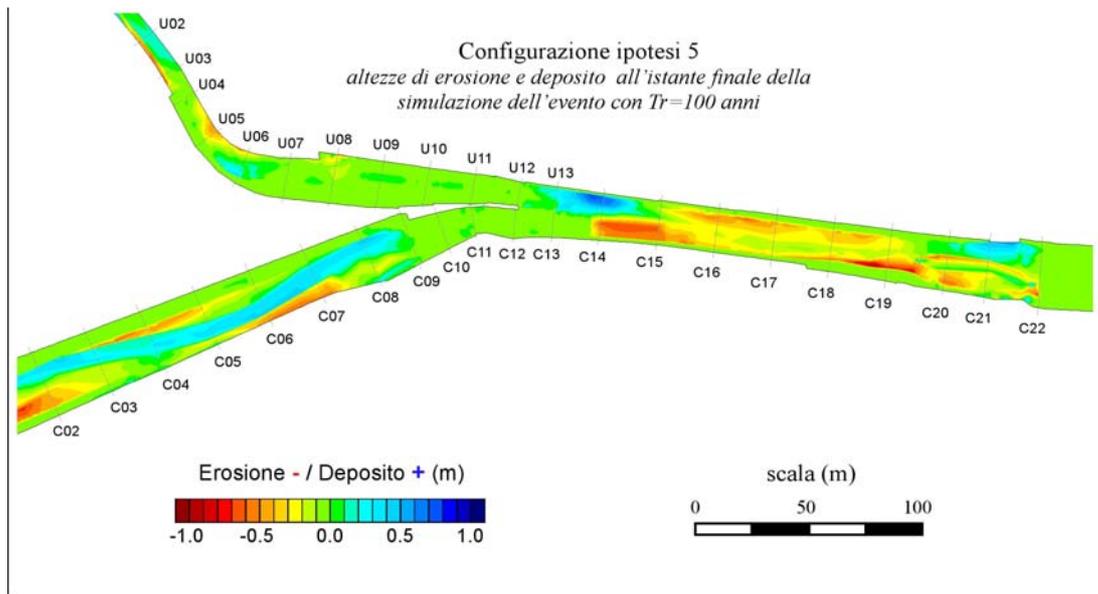
in cui δ è la direzione della corrente in prossimità del fondo e $f(\theta)$ è una funzione che pesa l'influenza della pendenza del fondo stesso in direzione trasversale al moto. Tale funzione si può scrivere come:

$$f(\theta) = \zeta \cdot \sqrt{\theta} \quad \zeta = 9(d/Y)^{0.3} \quad (15)$$

La direzione della corrente in prossimità del fondo è stimata mediante l'espressione:

$$\delta = \arctan(q_y / q_x) + \Delta\beta \quad (16)$$

in cui $\Delta\beta$ rappresenta la deviazione dovuta alle circolazioni trasversali innescate dall'eventuale curvatura nell'andamento planimetrico del flusso. Nel modello tale termine, che è relativamente modesto, è stato però trascurato.



Applicazione del modello bidimensionale ai volumi finiti a fondo mobile per la previsione dell'evoluzione del fondo in situazioni in cui si verificano transizioni tra correnti lente e rapide

Applicazioni significative recenti

- [1] *Autorità di Bacino Alto Adriatico (VE). Simulazione di propagazione delle onde di piena lungo il sistema fluviale del Meduna e del Livenza mediante modello matematico bidimensionale, con analisi degli effetti sui territori adiacenti. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., in corso.*
- [2] *Regione del Veneto - Unità Periferica Genio Civile (BL). Progettazione preliminare e definitiva dei lavori di costruzione e potenziamento delle difese spondali con miglioramento del deflusso e regimazione dell'alveo del F. Piave nei Comuni di Longarone e Soverzene. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2006.*
- [3] *SGI - Studio Galli Ingegneria SpA (PD). Modello matematico bidimensionale a fondo mobile del tratto terminale del T. Pora a Finale Ligure. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2006.*
- [4] *Nautica Tagliamento Srl - S.Giovanni al Natisone (UD). Proposta progettuale per la realizzazione di una nuova darsena turistica lungo il F. Tagliamento in Comune di Latisana. Analisi mediante modello bidimensionale delle ipotetiche condizioni idrauliche che si stabiliscono nel corso d'acqua a seguito dell'intervento. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2006.*
- [5] *Ecomont Srl - Longarone (BL). Studio della confluenza tra il T. Maè e il F. Piave a Longarone (BL) mediante modello idrodinamico bidimensionale a fondo mobile. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2006.*
- [6] *Regione del Veneto - Unità Periferica Genio Civile (BL). Studio della confluenza tra i torrenti Colmeda e Uniera in Comune di Feltre, mediante modello idrodinamico bidimensionale a fondo mobile. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2006.*
- [7] *Regione del Veneto - Unità Periferica Genio Civile (BL). Incarico per la redazione del progetto preliminare, definitivo ed esecutivo relativo ai lavori di "realizzazione di una arginatura a soprizzo delle opere esistenti in corrispondenza della confluenza del Torrente Ardo in Piave e di opere complementari in Comune di Belluno. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2006.*
- [8] *Consorzio di Bonifica Delta Po Adige (RO). Misure di portata in corrispondenza del tratto terminale del fiume Adige e realizzazione del modello matematico bidimensionale. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2006.*

- [9] Regione del Veneto - Unità periferica Genio Civile TV Incarico di progettazione dei lavori di “difesa spondale e ricalibratura dell’alveo del fiume Piave con movimentazione ed asporto di materiale litoide in corrispondenza del sito storico dell’Isola dei Morti” Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2006.
- [10] Studio Ingegneria G.M. Susin (PD). Studio della propagazione dell’onda di piena conseguente ad ipotetico collasso della struttura di contenimento della cassa di espansione sul Torrente Parma. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2005.
- [11] Autorità di Bacino Alto Adriatico (VE). Studi finalizzati alla redazione del Piano di Bacino del F. Livenza. Simulazione di propagazione delle onde di piena lungo l’asta del medio corso del F. Meduna mediante modello matematico bidimensionale. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2005.
- [12] Studio Galli Srl (PD). Modello matematico bidimensionale relativo al tratto terminale del T. Pora e alle aree potenzialmente allagabili dell’abitato di Finale Ligure. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2004.
- [13] Autorità di Bacino Alto Adriatico (VE). Simulazione di propagazione di onde di piena lungo il tratto Nove-Limena del corso del fiume Brenta mediante modello matematico bidimensionale. Valutazione degli effetti idrodinamici di soglie in alveo. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2004.
- [14] Autorità di Bacino Alto Adriatico (VE). Simulazione di propagazione delle onde di piena lungo l’asta principale del medio corso del Brenta mediante modello matematico bidimensionale. Nuovo modello matematico realizzato sulla base dei rilievi laser-altimetrici di recente acquisizione. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2004.
- [15] Regione del Veneto - Ufficio del Genio Civile Vicenza. Modello bidimensionale ad elementi finiti del F. Brenta a Bassano del Grappa nel tratto a cavallo di Ponte Vecchio. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2003.
- [16] Autorità di Bacino Alto Adriatico (VE). Studi finalizzati alla redazione del Piano di Bacino del F. Tagliamento – Simulazione di propagazione di onde di piena lungo il tratto da Pinzano a Dignano del corso del F. Tagliamento mediante modello matematico bidimensionale. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2002.
- [17] Studio Galli (PD). Modello matematico bidimensionale particolareggiato del centro abitato di Finale Ligure finalizzato a valutare gli interventi previsti dal Progetto Definitivo di riqualificazione ambientale del tratto a mare di Finale Marina. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2002
- [18] Studio Galli (PD). Modello matematico bidimensionale del F. Centa, relativo al tratto d’asta terminale che interessa il centro abitato di Albenga. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2002.
- [19] Magistrato alle Acque – Nucleo Operativo di Venezia. Impiego del modello matematico bidimensionale messo a punto per lo studio dell’asta del Tagliamento a valle di Latisana mettendo a confronto la situazione antecedente la formazione del drizzagno e la situazione attuale in località S. Mauretto in Comune di S. Michele al Tagliamento (VE). Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2001.
- [20] Autorità di Bacino Alto Adriatico (VE). Simulazioni mediante modello matematico bidimensionale relative all’asta terminale del F. Piave. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2001.
- [21] Magistrato alle Acque di Venezia. Studio idrologico e modello matematico del nodo idraulico Fiume Tagliamento e Scolmatore Cavrato. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l. – Studio Galli Srl, 2000.

[22] Regione del Veneto - Prof. Ing. Luigi D'Alpaos. Bacino Regionale del Fiume Sile e della Pianura tra Piave e Livenza. Individuazione e perimetrazione delle aree a rischio idrogeologico e adozione delle misure di salvaguardia. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2000.

[23] Provincia di Venezia. Modello matematico per la simulazione della propagazione delle piene e degli eventuali fenomeni d'esondazione ai fini della previsione e della gestione delle situazioni di emergenza idraulica nel territorio provinciale di Venezia (completamento delle aree meridionale e nord-orientale, Cavallino incluso). Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 2000.

[24] Provincia di Venezia. Modello matematico per la simulazione della propagazione delle piene e degli eventuali fenomeni d'esondazione ai fini della previsione e della gestione delle situazioni di emergenza idraulica nel territorio provinciale di Venezia. Seconda fase della sperimentazione: area meridionale compresa tra Adige e Brenta-Bacchiglione ed il territorio già del Consorzio di Bonifica Interregionale di San Michele al Tagliamento. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 1999.

[25] Autorità di Bacino Alto Adriatico (VE). Studio finalizzato al riconoscimento delle aree di pertinenza idraulica e di sicurezza idraulica lungo il F. Piave a valle di Nervesa della Battaglia mediante modello matematico. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 1999.

[26] Provincia di Venezia. Esame con un modello matematico agli elementi finiti degli effetti conseguenti alla eventuale esondazione del Canale dei Cuori nel suo tratto terminale in provincia di Venezia. Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 1996.

[27] Autorità di Bacino dei fiumi Isonzo, Tagliamento, Livenza, Piave, Brenta-Bacchiglione. "Studi finalizzati alla redazione del Piano di Bacino del fiume Brenta Bacchiglione – Indagine sulle portate massime convogliabili dalle principali aste fluviali del bacino del Brenta-Bacchiglione ai fini della difesa idraulica e valutazione dell'efficacia di interventi di moderazione delle piene". Studio Altieri S.r.l. – Ipros Ingegneria Ambientale S.r.l., 1994.

Riferimenti bibliografici

[1] Defina, A., D'Alpaos, L., Matticchio, B., "A new set of equations for very shallow water and partially dry areas suitable to 2D numerical models", *Int. Conf. on Modelling of Flood Propagation Over Initially Dry Areas*, Milano, 29 giugno - 1 luglio 1994, Ed. by P. Molinaro and L. Natale, ASCE - CNR/GNDCI - ENEL, pubblicato da ASCE, New York.

[2] D'Alpaos, L., Defina, A., Matticchio, B., "2D finite element modelling of flooding due to river bank collapse", *Int. Conf. on Modelling of Flood Propagation Over Initially Dry Areas*, Milano, 29 giugno - 1 luglio 1994, Ed. by P. Molinaro and L. Natale, ASCE - CNR/GNDCI - ENEL, pubblicato da ASCE, New York.

[3] D'Alpaos, L. and A. Defina. "Modellazione matematica del comportamento idrodinamico di zone a barena solcate da una rete di canali minori". Estratto da *Rapporti e Studi*, Ist. Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, 1995.

[4] Defina, A., Bonetto, I., "Rappresentazione dei termini di accelerazione convettiva in un modello bidimensionale della propagazione di onde lunghe in acque basse", *XXVI Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, Vol. I, 53-64, 1998.

[5] Defina, A., "Two-dimensional shallow flow equations for partially dry areas", *Water Resources Research*, vol.36, 11, 3251-3264, 2000.

[6] Defina, A., "Alcune considerazioni sulla modellazione matematica di correnti bidimensionali caratterizzate da piccoli tiranti", *Atti del XXVII Convegno di Idraulica e costruzioni Idrauliche*, Genova, 12-15 Settembre 2000, Vol. I, 255-262, 2000.

[7] Defina, A., "Numerical experiments on bar growth", *Water Resources Research*, vol.39, 4, 1092, 2003.

[8] L.D'Alpaos, A. Defina, "Mathematical modeling of tidal hydrodynamics in shallow lagoons: A review of open issues and applications to the Venice lagoon", *Computers & Geosciences*, 33, pp. 476-496, doi:10.1016/j.cageo.2006.07.009, 2007.